

## OPM-393: Topología Algebraica

### Identificación

|                          |  |
|--------------------------|--|
| Asignatura:              | Topología Algebraica                   |
| Sigla:                   | OPM-393                                |
| Area Curricular:         | Geometría y Topología                  |
| Modalidad:               | Semestral                              |
| Nivel Semestral:         | Séptimo Semestre, Ciclo de Orientación |
| Horas Teóricas:          | 4 por semana en dos sesiones           |
| Horas Prácticas:         | 2 por semana en una sesión             |
| Pre-Requisitos Formales: | MAT-261                                |
| Carreras destinatarias:  | Matemática                             |

### Problema (Por qué)

A niveles matemáticos elevados, los límites entre las áreas del Análisis, la Topología y el Álgebra van desapareciendo, resulta imposible pensar que estas áreas sean disjuntas. De ahí, la importancia de conocer los nexos más sobresalientes. Esta materia, establece los primeros nexos entre la Topología y el Álgebra.

### Objeto de la Materia

Se trabaja sobre las componentes conexas por caminos de espacios topológicos, junto a las ideas propias de la teoría abstracta de grupos.

### Objetivos Generales

Establecer la primera relación importante entre el Álgebra y la Topología. Esta, permite deducir ciertas propiedades topológicas, a partir del comportamiento algebraico, de ciertos elementos asociados al espacio topológico considerado.

A partir de las propiedades algebraicas de grupo, del conjunto de clases de Homotopía de caminos cerrados; se logran establecer resultados netamente topológicos y netamente algebraicos. Por ejemplo, el teorema del punto fijo de Brower y el teorema fundamental del álgebra. Es más, con el estudio de las aplicaciones de recubrimiento, el teorema fundamental del levantamiento y los espacios de recubrimiento; se logra calcular el Grupo Fundamental y el espacio de recubrimiento universal de muchos espacios; logrando así, una primera clasificación de los espacios topológicos.

### Programa sintético

Homotopía, Grupo Fundamental y Espacios de Recubrimiento.

### Contenidos analíticos

#### Primera Parte: GRUPO FUNDAMENTAL

1. Homotopía: 1.1 Aplicaciones Homotópicas. 1.2 Tipo de Homotopía. 1.3 Espacios Constráctiles. 1.4 Homotopía y extensión de aplicaciones. 1.5 Homotopía de pares y homotopía relativa.

2. *El Grupo Fundamental*: 2.1 Homotopía de caminos. 2.2 El grupo fundamental. 2.3 El homomorfismo inducido. 2.4 Espacios simplemente conexos. 2.5 Algunas propiedades del grupo fundamental.
3. *Ejemplos y Aplicaciones del Grupo Fundamental*: 3.1 El grupo fundamental del círculo. 3.2 Algunas consecuencias del isomorfismo  $\pi_1(S^1) \approx \mathbb{Z}$ . 3.3 Espacios proyectivos reales. 3.4 Fibraciones y espacios proyectivos complejos. 3.5 Rotaciones en el espacio euclidiano. 3.6 El grupo fundamental de algunos grupos clásicos.

### Segunda Parte: ESPACIOS DE RECUBRIMIENTO

4. *Espacios de Recubrimiento*: 4.1 Homeomorfismos locales. 4.2 Aplicaciones de recubrimiento. 4.3 Grupos propiamente discontinuos. 4.4 Levantamiento de caminos y homotopías.
5. *Recubrimiento y el Grupo Fundamental*: 5.1 La clase de conjugación asociada a un recubrimiento. 5.2 El teorema fundamental del levantamiento. 5.3 Homomorfismos entre recubrimientos. 5.4 Automorfismos de recubrimientos. 5.5 Grupos propiamente discontinuos vs. recubrimientos regulares. 5.6 Existencia de recubrimientos. 5.7 El grupo fundamental de una superficie compacta.

### Modalidad de Evaluación

La evaluación es *formativa periódica y sumativa*, los exámenes parciales o finales pueden ser escritos u orales. La evaluación es formativa, periódica y sumativa, los exámenes parciales o finales pueden ser escritos u orales.

| Examen          | Temas                | Ponderación |
|-----------------|----------------------|-------------|
| Primer Parcial  | Capítulos 1 y 2      | 20 %        |
| Segundo Parcial | Capítulos 3 y 4      | 20 %        |
| Tercer Parcial  | Capítulo 5           | 20 %        |
| Examen Final    | Todos los Capítulos  | 25 %        |
| Prácticas       | Todos                | 15 %        |
| Recuperatorio   | Sobre el examen dado | 20 %        |
|                 |                      | 100 %       |

Se puede recuperar cualquier examen parcial, pero no el examen final. La nota del examen de recuperación reemplaza al puntaje anterior.

### Métodos y Medios

Los métodos de aplicación del proceso curricular de la materia, están contenidas en el proceso de enseñanza aprendizaje y centrados en el alumno, para lograr un avance significativo con razonamientos inductivos, deductivos y un aprendizaje por descubrimiento programado, orientado, libre y al azar, que permita al estudiante desarrollar su potencialidad creativa. Entre los medios tenemos a docentes calificados con Post grado en matemática y Educación, una biblioteca especializada con textos de todas las materias, servicio de internet, equipos educativos y educación personalizada.

### Bibliografía

- [1] Elon Lages Lima, (1993), *Grupo Fundamental y Espacios de Recubrimiento*, Proyecto Euclides, Rio de Janeiro.
- [2] James R. Munkres, (1975), *Topology a First Course*, Prentice Hall, New Jersey.
- [3] Czes Kosniowski, (1992), *Topología Algebraica* Reverte, Barcelona, España.