

MAT-431: Topología Algebraica

Identificación

Asignatura:	Topología Algebraica
Sigla:	MAT-431
Area Curricular:	Topología y Geometría
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Electiva de la Maestría
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	6 por semana
Créditos:	6
Carreras destinatarias:	Matemática y Carreras de FCPN

Objetivos

La materia tiene como objetivo general ser una introducción amplia a la Topología Algébrica, que permita presentar algunos de sus métodos y herramientas y aplicarlos a la resolución de problemas, especialmente geométricos y algebraicos. Específicamente, los métodos y herramientas en el ámbito de la homotopía, grupo fundamental, cubrimientos, homología singular y complejos de cadenas. La interrelación entre teorías diversas facilita la consolidación de los conocimientos adquiridos y el proceso de maduración matemática, favoreciendo su comprensión unitaria y preparando al estudiante para posteriores desarrollos. Introducir y familiarizar a los estudiantes con los conocimientos básicos y las técnicas de Topología Algebraica más utilizadas en otras ramas de las matemáticas y, en particular, en las líneas de investigación de la Carrera.

Competencias

Utiliza el funtor grupo fundamental para abordar problemas geométricos. Ser capaz de calcular el grupo fundamental de espacios simples; en particular, de las superficies. Conoce revestimientos de espacios comunes; en particular, sus revestimientos universales. Calcula sus grupos de automorfismos. Manejar cocientes de espacios por la acción de grupos finitos. Calcula la homología de espacios simples, especialmente, de complejos esféricos. Resolver problemas geométricos sencillos usando la homología. Conoce ejemplos y contraejemplos de espacios que ilustren las propiedades estudiadas. Como competencia transversal, dedica atención al uso de la lengua inglesa, proponiendo lecturas idóneas e insistiendo en la presencia del léxico matemático en inglés.

Programa Sintético

Homotopía. El Grupo Fundamental. Proyecciones de cubrimientos. Cubrimientos y Grupo Fundamental. Homología Singular. Complejos de Cadenas (CW).

Contenidos analíticos

- Homotopía*
 - 1.1 Funciones homótopas
 - 1.2 Retracción y Deformación
 - 1.3 Tipo de homotopía
 - 1.4 Espacios contráctiles
- El Grupo Fundamental*
 - 2.1 Homotopía de caminos
 - 2.2 El Grupo Fundamental
 - 2.3 Espacios simplemente conexos
 - 2.4 Grupo Fundamental da Circunferencia
- Proyecciones de cubrimientos*
 - 3.1 Espacios de cubrimiento
 - 3.2 Propiedades de Levantamiento
- Cubrimientos y Grupo Fundamental*
 - 4.1 Acciones propiamente discontinuas
 - 4.2 Automorfismos de cubrimientos
 - 4.3 Cubrimiento universal
 - 4.4 Clasificación de los espacios de cubrimiento
- Homología Singular*
 - 5.1 Introducción. Homología simplicial.
 - 5.2 El complejo de cadenas singulares. Homología singular.
 - 5.3 El axioma da dimensión. Homología reducida.
 - 5.4 Invarianza homotópica.
- Complejos de Cadenas (CW)*
 - 6.1 La categoría de complejos de cadenas.
 - 6.2 Sucesiones exactas de homología.
 - 6.3 Escisión y sucesión de Mayer-Vietoris
 - 6.4 Homología con coeficientes
 - 6.5 Algunas aplicaciones de la Homología

Estructura de Evaluación

La evaluación es la valoración de las competencias de conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y de valores (saber ser) alcanzadas mediante exámenes parciales periódicas (60%), prácticas e implementaciones de laboratorio (15%) y una evaluación final (25%) de todo el contenido de la asignatura. Sobre un total de 100%, la nota mínima de aprobación en el postgrado es de 66%. La distribución de temas por parciales, así como el cronograma de los exámenes se presenta en un plan de trabajo al inicio del semestre. También está prevista un examen de recuperación de cualquier examen parcial cuya nota reemplaza a la anterior.

Métodos y Medios Didácticos

Los métodos didácticos aplicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia son las exposiciones magistrales del docente que utiliza recursos educativos y métodos de razonamiento *inductivo*, *deductivo*, *analógico* y *heurístico* para inducir el aprendizaje *por descubrimiento propio*, *dialogado*, *programado* y *demostrativo* que permita al estudiante desarrollar su potencialidad *creativa* con pensamiento crítico capaz de demostrar y presentar los teoremas con rigor lógico utilizando el lenguaje matemático formal. Los medios didácticos que dispone la Carrera son las aulas equipadas con medios audio visuales, laboratorio de computación con internet, aplicaciones computacionales, guías de practicas, material impreso o digital, mapas conceptuales y una Biblioteca especializada que facilita el desarrollo teórico y práctico de la asignatura.

Prácticas y Laboratorio

Las prácticas escritas como las implementaciones en laboratorio son monitoriadas por el mismo docente del postgrado.

Criterios de Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en pruebas escritas u orales, donde se valora la aplicación adecuada de *conceptos*, *teoremas* y *métodos* en la *demonstración* o *resolución* de problemas planteados; y, en la calificación de prácticas o trabajos de laboratorios cuyo informe debe estar escrito en un *lenguaje matemático* adecuado con rigor lógico. Se valora de forma adicional la *creatividad* y la *simplicidad* en la presentación de sus resultados.

Cronograma de Avance

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Capítulos	1				2		3			4			5			6				

Bibliografía

- [1] Massey, W. S., *Introducción a la Topología Algebraica*, Editorial Reverté, Barcelona, 1972.
- [2] Bredon, G. E., *Topology and Geometry*, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [3] Munkres, J. R., *Topología*, Prentice Hall, Madrid, 2002
- [4] Greenberg, M. J. and Harper, J. R., *Algebraic Topology: a first course*, Benjamin, Massachusetts, 1981.
- [5] Hatcher, A., *Algebraic topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002. Disponible en <http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf>
- [6] Kinsey, L. C., *Topology of Surfaces*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1993
- [7] Lee, J.M., *Introduction to Topological Manifolds*, Springer-Verlag, Berlin, 2000
- [8] May, J.P., *A Concise course in algebraic topology*, University of Chicago Press, Chicago, 1999
- [9] Spanier, E., *Algebraic Topology*, Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [10] Wallace, A., *Algebraic Topology*, Pergamon Press, London, 1963