

MAT-402: Geometría Diferencial

Identificación

Asignatura:	Geometría Diferencial
Sigla:	MAT-402
Horas Teóricas:	4 horas semana en 2 sesiones
Horas Prácticas:	4 horas reloj por semana
Nivel Semestral:	Octavo semestre, Cuarto año
Pre-Requisitos Formales:	Mat-321 y MAT-309
Carreras destinatarias:	Matemática

Objetivos Generales

- Exponer los conceptos fundamentales de la Geometría Diferencial de curvas y superficies en el espacio euclidiano tridimensional.
- Plantear el concepto de curvas en \mathbb{R}^3 , incluyendo temas escogidos de teoría del contacto, la cual constituye una introducción muy natural a la teoría clásica de las curvas.
- plantear el concepto de superficie, con el propósito de suministrar bases firmes que le permita resolver problemas globales y además adelantar posteriores estudios de geometría diferencial moderna.
- Utilizar ampliamente el aparato científico del álgebra lineal, del análisis matemático y de las ecuaciones diferenciales para establecer el enlace entre la geometría elemental con la geometría analítica.
- caracterizar la Geometría Diferencial como la rama de la matemática que se ocupa ante todo de las propiedades "locales" de las curvas y superficies, o sea, de las propiedades de pedazos de curvas y superficies tan pequeñas como se requiera.

Contenido Mínimo

Cálculo diferencial en el espacio Euclídeo, Teoría general de curvas, Teoría global de curvas planas, Teoría local de superficies, Teoría intrínseca de superficies, Geometría Riemanniana en dos dimensiones, Teoría global de superficies.

Contenido Analítico

1. *Cálculo Diferencial en el Espacio Euclídeo:* 1.1 Introducción 1.2 El espacio Euclidiano 1.3 Topología del espacio euclídeo \mathbb{R}^n 1.4 Diferenciación en \mathbb{R}^n 1.5 El espacio tangente 1.6 Aplicaciones inyectivas y suprayectivas localmente 1.7 Ejercicios de aplicación
2. *Teoría General de Curvas:* 2.1 Introducción 2.2 Definiciones básicas 2.3 Los ejes móviles 2.4 Fórmulas de Frenet 2.5 Curvas planas 2.6 Curvas del espacio 2.7 Ejercicios de aplicación
3. *Teoría Global de Curvas Planas:* 3.1 Introducción 3.2 El número de rotaciones 3.3 El teorema de las rotaciones 3.4 Curvas convexas 3.5 Ejercicios de aplicación
4. *Teoría Local de Superficies:* 4.1 Introducción 4.2 Definiciones básicas 4.3 La primera forma fundamental 4.4 La segunda forma fundamental 4.5 Curvas sobre superficies 4.6 Curvaturas sobre una superficie 4.7 Descomposición local y parámetros especiales 4.8 Algunas superficies especiales 4.9 La ecuaciones de Gauss-Weingarten 4.10 Ejercicios de aplicación
5. *Teoría Intrínseca de Superficies:* 5.1 Introducción 5.2 Derivada covariante 5.3 Desplazamiento paralelo 5.4 Geodésicas 5.5 Superficies de curvatura constante 5.6 Ejercicios de aplicación
6. *Geometría Riemanniana en Dos Dimensiones:* 6.1 Introducción 6.2 Geometría riemanniana local 6.3 El haz tangente y la aplicación exponencial 6.4 Coordenadas geodésicas polares 6.5 Campos de Jacobi 6.6 Variedades 6.7 Formas diferenciales 6.8 Ejercicios de aplicación

7. Teoría Global de Superficies: 7.1 Introducción *7.2* Superficies en el espacio Euclídeo *7.3* Ovaloides *7.4* El teorema de integración de Gauss-Bonnet *7.5* Métrica y completitud *7.6* Puntos conjugados y curvatura *7.7* Influencia de la curvatura sobre la geometría de la superficie *7.8* Geodésicas cerradas y grupo fundamental *7.9* Ejercicios de aplicación

Evaluación

Tres Exámenes Parciales cada uno de 20 %, un Examen Final de 25 %, Prácticas sobre 15 %, más un Examen Recuperatorio (opcional) de cualquier examen sobre la misma ponderación, tal que, la nota del recuperatorio reemplaza la nota anterior. La nota máxima es 100 y se aprueba con una nota mínima de 51.

Bibliografía

- [1] A.S. Fedenko (1981), *Geometría Diferencial*, Ed. MIR
- [2] A.V. Pogorelov (1977), *Geometría Diferencial*, Ed. MIR
- [3] M.N. Lipschutz(1971), *Geometría Diferencial*, Ed. McGraw-Hill