

## MAT-363: Topología Algebraica

### Identificación

Asignatura:	Topología Algebraica
Sigla:	MAT-363
Area Curricular:	Geometría y Topología
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Séptimo Semestre, Ciclo de Orientación
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	2 por semana en una sesión
Pre-Requisitos Formales:	MAT-253
Carreras destinatarias:	Matemática

### Objetivos

Establecer la primera relación importante entre el Álgebra y la Topología. Esta, permite deducir ciertas propiedades topológicas, a partir del comportamiento algebraico, de ciertos elementos asociados al espacio topológico considerado.

A partir de las propiedades algebraicas de grupo, del conjunto de clases de Homotopía de caminos cerrados; se logran establecer resultados netamente topológicos y netamente algebraicos. Por ejemplo, el teorema del punto fijo de Brower y el teorema fundamental del álgebra. Es más, con el estudio de las aplicaciones de recubrimiento, el teorema fundamental del levantamiento y los espacios de recubrimiento; se logra calcular el Grupo Fundamental y el espacio de recubrimiento universal de muchos espacios; logrando así, una primera clasificación de los espacios topológicos.

### Competencias

Analiza las relaciones entre las áreas del Análisis, la Topología y el Álgebra. Estudia los nexos más sobresalientes entre éstas áreas, más precisamente establece los primeros nexos entre la Topología y el Álgebra.

### Objeto de la Materia

Se trabaja sobre las componentes conexas por caminos de espacios topológicos, junto a las ideas propias de la teoría abstracta de grupos.

Analiza y demuestra las propiedades locales de curvas y superficies definidas por funciones diferenciables. Aplica los resultados en el desarrollo de la misma teoría y es capaz de generar ejemplos de curvas y superficies regulares, y resuelve problemas teóricos y prácticos de la geometría intrínseca con implementación computacional mediante un razonamiento deductivo, inductivo, por analogías o heurísticas apropiadas.

### Programa Sintético

Homotopía, Grupo Fundamental y Espacios de Recubrimiento.

### Contenidos analíticos

#### Primera Parte: GRUPO FUNDAMENTAL

- Homotopía:* 1.1 Aplicaciones Homotópicas. 1.2 Tipo de Homotopía. 1.3 Espacios Constráctiles. 1.4 Homotopía y extensión de aplicaciones. 1.5 Homotopía de pares y homotopía relativa.
- El Grupo Fundamental:* 2.1 Homotopía de caminos. 2.2 El grupo fundamental. 2.3 El homomorfismo inducido. 2.4 Espacios simplemente conexos. 2.5 Algunas propiedades del grupo fundamental.
- Ejemplos y Aplicaciones del Grupo Fundamental:* 3.1 El grupo fundamental del círculo. 3.2 El número de vueltas de una curva plana cerrada. 3.3 El número de vueltas expresada como integral curvilínea. 3.4 Espacios proyectivos reales. 3.5 Fibraciones y espacios proyectivos complejos. 3.6 Rotaciones en el espacio euclidiano. 3.7 El grupo fundamental de algunos grupos clásicos.

## Segunda Parte: ESPACIOS DE RECUBRIMIENTO

4. *Espacios de Recubrimiento*: 4.1 Homeomorfismos locales. 4.2 Aplicaciones de recubrimiento. 4.3 Grupos propiamente discontinuos. 4.4 Levantamiento de caminos y homotopías. 4.5 Recubrimientos Diferenciables
5. *Recubrimiento y el Grupo Fundamental*: 5.1 La clase de conjugación asociada a un recubrimiento. 5.2 El teorema fundamental del levantamiento. 5.3 Homomorfismos entre recubrimientos. 5.4 Automorfismos de recubrimientos. 5.5 Grupos propiamente discontinuos vs. recubrimientos regulares. 5.6 Existencia de recubrimientos. 5.7 El grupo fundamental de una superficie compacta.
6. *Varietades Orientables y Recubrimiento Duplo Orientado*: 6.1 Orientación en espacio vectorial 6.2 Varietades orientables 6.3 Grupos propiamente discontinuos de difeomorfismos 6.4 recubrimiento doble orientado 6.5 Relaciones con el grupo fundamental

### Estructura de Evaluación

La evaluación es la valoración de las competencias de conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y de valores (saber ser) alcanzadas mediante exámenes parciales periódicos (60%), prácticas e implementaciones de laboratorio (15%) y una evaluación final (25%) de todo el contenido de la asignatura. Sobre un total de 100%, la nota mínima de aprobación en el pregrado es de 51%. La distribución de temas por parciales, así como el cronograma de los exámenes se presenta en un plan de trabajo al inicio del semestre. También está prevista un examen de recuperación de cualquier examen parcial cuya nota reemplaza a la anterior.

### Métodos y Medios Didácticos

Los métodos didácticos aplicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia son las exposiciones magistrales del docente que utiliza recursos educativos y métodos de razonamiento *inductivo*, *deductivo*, *analógico* y *heurístico* para inducir el aprendizaje *por descubrimiento propio*, *dialogado*, *programado* y *demostrativo* que permita al estudiante desarrollar su potencialidad *creativa* con pensamiento crítico capaz de demostrar y presentar los teoremas con rigor lógico utilizando el lenguaje matemático formal. Los medios didácticos que dispone la Carrera son las aulas equipadas con medios audio visuales, laboratorio de computación con internet, aplicaciones computacionales, guías de practicas, material impreso o digital, mapas conceptuales y una Biblioteca especializada que facilita el desarrollo teórico y práctico de la asignatura.

### Auxiliatura de docencia

Las materias del ciclo intermedio y de orientación no tienen auxiliatura de docencia. Los trabajos prácticos realizados en la materia son monitoreados por el mismo docente.

### Criterios de Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en pruebas escritas u orales, donde se valora la aplicación adecuada de *conceptos*, *teoremas* y *métodos* en la *demostración* o *resolución* de problemas planteados; y, en la calificación de prácticas o trabajos de laboratorios cuyo informe debe estar escrito en un *lenguaje matemático* adecuado con rigor lógico. Se valora de forma adicional la *creatividad* y la *simplicidad* en la presentación de sus resultados.

### Cronograma de Avance

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Capítulos	1						2						3							

### Bibliografía

- [1] Elon Lages Lima, (1993), *Grupo Fundamental y Espacios de Recubrimiento*, Proyecto Euclides, Rio de Janeiro.
- [2] M. Zisman, *Topología Algebraica Elemental*, Paraninfo

- [3] James R. Munkres, (1975), *Topology a First Course*, Prentice Hall, New Jersey.
- [4] Czes Kosniowski, (1992), *Topología Algebraica* Reverte, Barcelona, España.