

MAT-314: Cálculo III

Identificación

Asignatura:	Cálculo III
Sigla:	MAT-314
Area Curricular:	Análisis
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Tercer Semestre
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	2 por semana en una sesión
Pre-Requisitos Formales:	MAT-134
Carreras destinatarias:	Area de Ciencias y Tecnología.

Objetivos

Desarrollar la teoría y las metodologías de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden. Aplicar el Teorema de existencia y unicidad de soluciones. Resolver ecuaciones de segundo orden y de orden n por medio de series de potencias y la Transformada de Laplace. Analizar la estabilidad de sistemas de ecuaciones autónomas en el plano fase.

Competencias

Verifica las condiciones de existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias. Estudia y aplica los métodos de resolución de ecuaciones de primer y segundo orden. Resuelve las ecuaciones por series de funciones y la Transformada de Laplace. Analiza la estabilidad de los puntos de equilibrio de sistemas de ecuaciones diferenciales en el plano fase.

Programa Sintético

Naturaleza de las ecuaciones diferenciales. Ecuaciones de primer orden. Ecuaciones lineales de segundo orden y de orden superior. Soluciones de series de potencias. Transformadas de Laplace. Sistemas de ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones no lineales y estabilidad. Métodos numéricos (opcional). Series de Fourier (opcional).

Contenidos analíticos

1. *Naturaleza de las ecuaciones diferenciales:* 1.1 Introducción. 1.2 Observaciones generales. 1.3 El teorema de Picard. 1.4 Familias de curvas. Ecuaciones diferenciales de familias de curvas.

Objetivos: Definir la ecuación diferencial ordinaria y parcial. Distinguir las ecuaciones diferenciales ordinarias de las parciales. A menudo el estudiante pierde mucho tiempo tratando de resolver una ecuación diferencial ordinaria, motivo por el cual el objetivo central será el de investigar si la solución en efecto existe. Analizar si hay sólo una solución de la ecuación que satisfaga una condición inicial y para esto utilizaremos en forma apropiada el Teorema de Existencia y Unicidad.

2. *Ecuaciones de primer orden:* 2.1 Observaciones generales sobre las soluciones. 2.2 Ecuaciones homogéneas, exactas, factores de integración. 2.3 Ecuaciones lineales de primer orden. 2.4 Ecuaciones no lineales de primer orden: Bernoulli, Ricatti, Clairaut, Lagrange. 2.5 Reducción de orden. 2.6 Problemas de aplicación.

Objetivos: Descubrir la ecuación diferencial que describe una situación específica. Encontrar la solución apropiada de una ecuación diferencial de primer orden por distintas técnicas. Permitir resolver una diversidad de ecuaciones de primer orden con aplicaciones.

3. *Ecuaciones lineales de segundo orden y de orden superior:* 3.1 Introducción. Teoría general de las ecuaciones de n -ésimo orden. 3.2 La solución general de la ecuación homogénea. 3.3 Utilización de una solución conocida para encontrar otra. 3.4 La ecuación homogénea con coeficientes constantes. 3.5 El método de coeficientes indeterminados. 3.6 El método de variación de parámetros. 3.7 Aplicaciones.

Objetivos: Puesto que no existe fórmula para resolver en forma general una ecuación lineal de orden superior arbitraria y con coeficientes variables, por fortuna, muchas aplicaciones importantes requieren sólo ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. Por eso, veremos cómo resolver tales ecuaciones en forma rutinaria. Conocer los métodos de coeficientes indeterminados y el de variación de parámetros para resolver ecuaciones de n -ésimo orden.

4. *Soluciones de series de potencias:* 4.1 Introducción. 4.2 Repaso de series de potencias. 4.3 Ecuaciones lineales de segundo orden. 4.4 Puntos ordinarios. Puntos singulares. El punto al infinito.

Objetivos: Como no hay un procedimiento similar para resolver ecuaciones diferenciales lineales cuando los coeficientes son variables, veremos las técnicas de series de potencias para resolver dichas ecuaciones. En especial se estudiarán (debido a sus aplicaciones en áreas tales como acústica, flujo de calor y reacción electromagnética) las ecuaciones de **Bessel** de orden n y la ecuación de **Legendre**.

5. *Transformadas de Laplace:* 5.1 Definición de la transformada de Laplace. 5.2 Observaciones sobre la teoría de la transformadas de Laplace. 5.3 Aplicaciones a ecuaciones diferenciales. 5.4 Derivadas e integrales de transformadas de Laplace. 5.5 La integral de convolución. 5.6 Funciones de fuerzas periódicas y continuas por partes. 5.7 Transformadas de funciones periódicas. Impulsos y funciones delta.

Objetivos: Aprender el cálculo de la transformada de Laplace $F(s)$ de una función $f(t)$. Ver que la transformada de Laplace convierte una ecuación diferencial, donde la incógnita es una función $f(t)$, en una ecuación algebraica para $F(s)$ y así poder simplificar el problema de encontrar la solución $f(t)$. Estudiar la existencia (y unicidad) de la transformada (inversa) de Laplace. Los modelos matemáticos de sistemas mecánicos o electrónicos con frecuencia incluyen funciones con discontinuidades correspondientes a fuerzas externas que varían abruptamente; razón por la cual se estudian funciones de fuerzas periódicas y continuas por partes.

6. *Sistemas de ecuaciones lineales de primer orden:* 6.1 Solución de sistemas lineales por eliminación. 6.2 Teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales de primer orden. 6.3 Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes. 6.4 Eigenvalores y eigenvectores. 6.5 Matrices fundamentales. 6.6 Sistemas lineales no homogéneos.

Objetivos: Investigar la naturaleza general de las soluciones de la ecuación $\frac{dx}{dt} = P(t)x + g(t)$ y su ecuación homogénea asociada. Aplicar los sistemas lineales a modelos matemáticos tales como una red eléctrica, resorte–masa, mezclas y una aplicación a la dinámica de poblaciones de especies competidoras: una depredadora y la otra su presa. Métodos numéricos para las ecuaciones y sistema de orden mayor.

7. *Ecuaciones no lineales y Estabilidad:* 7.1 Sistemas autónomos. 7.2 El plano fase: sistemas lineales. 7.3 Estabilidad: sistemas casi lineales. 7.4 Segundo método de Liapounov.

Objetivos: Estudiar sistemas de dos ecuaciones de primer grado de la forma $\frac{dx}{dt} = f(x, y)$, $\frac{dy}{dt} = g(x, y)$. Definir puntos límite (o puntos críticos), plano fase. Usar diagramas para obtener información cualitativa acerca de las soluciones del sistema en el plano fase. Estudiar el método de Liapounov para la estabilidad de las soluciones del sistema de ecuaciones diferenciales.

8. **Métodos numéricos: (Opcional)** 8.1 Introducción: método de Euler. 8.2 Método de Euler mejorado. 8.3 Método de Runge–Kutta.

Objetivos: Ver la aproximación numérica de soluciones y la representación gráfica de estas soluciones aproximadas.

9. **Series de Fourier: (Opcional)** 9.1 Funciones periódicas y series trigonométricas. 9.2 Series generales de series de Fourier y convergencia. 9.3 Funciones pares e impares. 9.4 Aplicaciones de las series de Fourier. 9.5 Conducción del calor y separación de variables. 9.6 Cuerdas vibrantes y la ecuación de onda unidimensional. 9.7 Temperaturas estacionarias y ecuaciones de Laplace.

Objetivos: Analizar las aplicaciones de las series de Fourier, la separación de variables. Discutir las tres ecuaciones clásicas: de onda, calor y Laplace.

Métodos y Medios Didácticos

Los métodos didácticos aplicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia son las exposiciones magistrales del docente que utiliza recursos educativos y métodos de razonamiento *inductivo, deductivo, analógico y heurístico* para inducir el aprendizaje *por descubrimiento propio, dialogado, programado y demostrativo* que permite al estudiante desarrollar su potencialidad *creativa* con pensamiento crítico capaz de demostrar y presentar los teoremas con rigor lógico utilizando el lenguaje matemático. Los medios didácticos que dispone la Carrera son las aulas equipadas con medios audio visuales, guías de practicas, material impreso o digital, mapas conceptuales y una Biblioteca especializada que facilita el desarrollo teórico y práctico de la asignatura.

Estructura de Evaluación

La evaluación es la valoración de las competencias de conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y de valores (saber ser) alcanzadas mediante exámenes parciales periódicas (60%), prácticas e implementaciones de laboratorio (15%) y una evaluación final (25%) de todo el contenido de la asignatura. Sobre un total de 100%, la nota mínima de aprobación en el pregrado es de 51%. La distribución de temas por parciales, así como el cronograma de los exámenes se elabora con el Coordinador de paralelos. También está prevista un examen de segundo turno para aquellos estudiantes que hayan acumulado por lo menos 31% en el semestre. Este examen es sobre todo el contenido de la asignatura y la nota mínima de aprobación es de 51%.

Auxiliatura de docencia

En una sesión por semana, el Auxiliar de Docencia resuelve problemas prácticos e ilustrativos de la teoría desarrollada en clases de docencia.

Criterios de Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en pruebas escritas u orales, donde se valora la aplicación adecuada de *conceptos, teoremas y métodos* en la *demostración o resolución* de problemas planteados; y, en la calificación de prácticas o trabajos de laboratorios cuyo informe debe estar escrito en

un *lenguaje matemático* adecuado con rigor lógico. Se valora de forma adicional la *creatividad* y la *simplicidad* en la presentación de sus resultados.

Cronograma de Avance

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Capítulos	1			2		3			4		5			6				6		

Bibliografía

- [1] George F. Simmons, (1977), *Ecuaciones diferenciales y sus Aplicaciones*, Ed. Mc. Graw Hill, USA.
- [2] W. Boyce, R. Di Prima, (1979), *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, Ed. Limusa, México.
- [3] Dennis G. Zill, (1988), *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*, Ed. Iberoamericana.
- [4] Edwards Penney, (1994), *Ecuaciones diferenciales elementales*, Prentice Hall.
- [5] M. Braum, (1990), *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*, Ed. Iberoamericana.
- [6] Elgotz, (1969), *Ecuaciones diferenciales y Cálculo variacional*, Ed. MIR, Moscú.
- [7] Kreider, Kuller, Ostberg, (1978), *Ecuaciones Diferenciales*, Fondo Educativo.