

**MAT-309: Análisis II****Identificación**

Asignatura:	Análisis II
Sigla:	MAT-309
Horas Teóricas:	4 horas semana en 2 sesiones
Horas Prácticas:	2 horas semana en una sesión
Nivel Semestral:	Sexto semestre, Tercer año
Pre-Requisitos Formales:	MAT-308 y MAT-311
Carreras destinatarias:	Matemática

**Objetivos Generales**

Desarrollar la Teoría de la Medida, en donde se estudian espacios de medida con estructura de  $\sigma$ -álgebras, funciones medibles y la integración de éstas respecto a la medida definida sobre los conjuntos medibles. Además la medida del espacio puede ser finita o infinita; en el caso finito, el espacio de medida se llama espacio de probabilidades y la medida es conocido como la medida de probabilidad.

**Contenido Mínimo**

Introducción. Funciones medibles. Medidas. La Integral. Funciones integrables. Los espacios de Lebesgue  $L_p$ . Modos de convergencia. Descomposición de medidas. Generación de medidas. Producto de medidas.

**Contenido Analítico**

1. *Introducción:* 1.1 Integración con funciones características 1.2 Números Reales extendidos, Ínfimo y Supremo de sucesiones, convención  $0 \cdot \infty = 0$
2. *Funciones Medibles:* 2.1  $\sigma$ -álgebras, espacios medibles, espacio de Borel 2.2 Funciones medibles 2.3 Propiedades de funciones medibles 2.4 Aproximación de funciones no negativas por una sucesión monótona de funciones simples
3. *Medidas:* 3.1 Espacios de medida 3.2 Propiedades de medida 3.3 Propiedades  $\mu$ -casi por doquier
4. *La Integral:* 4.1 La integral de funciones simples 4.2 La integral de funciones medibles no negativas 4.3 Teorema de Convergencia Monótona 4.4 Lema de Fatou
5. *Funciones Integrables:* 5.1 La integral de una función medible 5.2 Teorema de Convergencia Dominada de Lebesgue 5.3 Dependencia de un parámetro
6. *Los Espacios de Lebesgue  $L_p$ :* 6.1 Espacios normados 6.2 Espacio  $L_1$  6.3 Espacios  $L_p$  6.4 Desigualdades de Hölder y de Miniowski 6.5 Teorema de completitud de espacios  $L_p$  6.6 Espacio  $L_\infty$
7. *Modos de Convergencia:* 7.1 Convergencia puntual, uniforme y  $\mu$ -c.d. 7.2 Convergencia en  $L_p$  7.3 Convergencia en medida 7.4 Convergencia casi uniforme 7.5 Resumen de implicancias de convergencias
8. *Descomposición de Medidas:* 8.1 Cargas 8.2 Teoremas de descomposición de medidas 8.3 Teorema de Radon–Nikodyn 8.4 Teorema de representación de Riesz
9. *Generación de Medida:* 9.1 Álgebras, medida sobre álgebras 9.2 Extensión de medidas, Teorema de Extensión de Caratheodory, Teorema de Extensión de Hahn. 9.3 Medida de Lebesgue
10. *Medida Producto:* 10.1  $\sigma$  álgebra producto, medida producto 10.2 Teorema de Tonelli, Teorema de Fubini

**Bibliografía**

- [1] Bartle, R.G. *The Elements of Integration*