

MAT-120: Teoría de Números

Identificación

Asignatura:	Teoría de Números
Sigla:	MAT-120
Area Curricular:	Modelos Matemáticos
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Segundo Semestre, Ciclo Básico
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	2 por semana en una sesión
Pre-Requisitos Formales:	MAT-114
Carreras destinatarias:	Matemática y Area de Ciencia y Tecnología

Objetivos

La Teoría de Números es un tema clásico con resultados que se remontan a miles de años atrás; pero es a la vez el más moderno campo de las matemáticas, con descubrimientos recientes que se suceden con frecuencia. Es matemática pura que apela a las mismas destrezas intelectuales que usaban los griegos de la época clásica, pero es también matemática aplicada que requiere apoyarse en el uso de computadores y tecnología moderna. La Teoría de Números ofrece al estudiante oportunidades únicas para la experimentación y para desplegar su imaginación. Como ya lo señalaron Hilbert y Hardy, es fundamental para el entrenamiento matemático inicial. Desde el principio es aparente su esquema coherente, riguroso y de extrema profundidad. Su fuerza radica en su capacidad de brindar problemas de todo tipo de complejidad.

El comprender a profundidad los conceptos y resultados de la Teoría de Números, proporcionará a los estudiantes motivación para indagar, aprecio por la belleza matemática, madurez y sólidos fundamentos concernientes a los números, sus relaciones y propiedades.

Competencias

Conoce los diversos conjuntos numéricos y sus propiedades. Conoce con detalle y cierta profundidad los principales conceptos y teoremas fundamentales de la Teoría de Números. Detecta pautas y regularidades numéricas con solvencia debido a su familiaridad con los conjuntos de números. Propone contraejemplos pertinentes cuando corresponde. Explora, Investiga y pone a prueba conjeturas no solo empleando medios tradicionales sino también el computador.

Programa Sintético

Divisibilidad. Congruencias y sus aplicaciones. Funciones de la Teoría de Números. Raíces Primitivas. Residuos Cuadráticos. Representación de enteros como suma de cuadrados. Fracciones Continuas.

Contenidos analíticos

- 1. Divisibilidad*: 1.1 Principio de buen orden, Inducción. 1.2 Divisibilidad, 1.3 Algoritmo de la División, 1.4 Máximo Común Divisor, 1.5 El Algoritmo de Euclides, 1.6 Mínimo Común Múltiplo, 1.7 Generalización del MCD mcm. 1.8 Números primos. 1.9 Representación en base b . 1.10 Criterios de divisibilidad.
- 2. Congruencias y sus aplicaciones*: 2.1 Definición y propiedades, 2.2 Sistemas de restos módulo m , 2.3 Inversos módulo m . 2.4 Los Teoremas de Wilson y Fermat, 2.5 Pseudoprimos, números de Carmichael, Test de Miller, 2.6 Teorema de Euler, 2.7 Ecuación lineal de congruencias, 2.8 Sistemas de ecuaciones lineales de congruencias. 2.9 El Teorema Chino del residuo, 2.10 Aplicaciones de las congruencias.
- 3. Funciones de la Teoría de Números*: 3.1 Función parte entera, 3.2 Funciones Multiplicativas. 3.3 Las funciones número de divisores y suma de divisores positivos de n . 3.4 Números Perfectos, números de Mersenne, 3.5 La función Phi de Euler, 3.6 La función Mu de Möebius, 3.7 Fórmula de inversión de Möebius, 3.8 Números de Fibonacci.
- 4. Raíces Primitivas*: 4.1 El orden de un entero, 4.2 raíces primitivas, 4.3 raíces primitivas para primos, 4.4 Existencia de raíces primitivas.

5. *Residuos Cuadráticos*: 5.1 Residuos cuadráticos y no residuos, 5.2 Símbolo de Legendre y Criterio de Euler, 5.3 Lema de Gauss, 5.4 Ley de Reciprocidad Cuadrática 5.5 El símbolo de Jacobi, 5.6 Pseudoprimos de Euler.
6. *Representación de enteros como suma de cuadrados*: 6.1 El problema de Waring, 6.2 Sumas de dos cuadrados, 6.3 Sumas de cuatro cuadrados, 6.4 Un teorema de unicidad de Euler.
7. *Fraciones Continuas*: 7.1 Definición, notación, 7.2 Convergentes, 7.3 Aproximaciones sucesivas, 7.4 Propiedades de los convergentes.

Métodos y Medios Didácticos

Los métodos didácticos aplicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia son las exposiciones magistrales del docente que utiliza recursos educativos y métodos de razonamiento *inductivo*, *deductivo*, *analógico* y *heurístico* para inducir el aprendizaje *por descubrimiento propio*, *dialogado*, *programado* y *demostrativo* que permita al estudiante desarrollar su potencialidad *creativa* con pensamiento crítico capaz de demostrar y presentar los teoremas con rigor lógico utilizando el lenguaje matemático formal. Los medios didácticos que dispone la Carrera son las aulas equipadas con medios audio visuales, laboratorio de computación con internet, aplicaciones computacionales, guías de prácticas, material impreso o digital, mapas conceptuales y una Biblioteca especializada que facilita el desarrollo teórico y práctico de la asignatura.

Estructura de Evaluación

La evaluación es la valoración de las competencias de conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y de valores (saber ser) alcanzadas mediante exámenes parciales periódicos (60%), prácticas e implementaciones de laboratorio (15%) y una evaluación final (25%) de todo el contenido de la asignatura. Sobre un total de 100%, la nota mínima de aprobación en el pregrado es de 51%. La distribución de temas por parciales, así como el cronograma de los exámenes se presenta en un plan de trabajo al inicio del semestre. También está prevista un examen de recuperación de cualquier examen parcial cuya nota reemplaza a la anterior.

Auxiliatura de docencia

En una sesión por semana, el Auxiliar de Docencia resuelve problemas prácticos e ilustrativos de la teoría desarrollada en clases de docencia.

Criterios de Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en pruebas escritas u orales, donde se valora la aplicación adecuada de *conceptos*, *teoremas* y *métodos* en la *demostración* o *resolución* de problemas planteados; y, en la calificación de prácticas o trabajos de laboratorios cuyo informe debe estar escrito en un *lenguaje matemático* adecuado con rigor lógico. Se valora de forma adicional la *creatividad* y la *simplicidad* en la presentación de sus resultados.

Cronograma de Avance

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Capítulos	1				2			3			4			5			6			

Bibliografía

- [1] Kenneth H. Rosen, *Elementary Number Theory & its Applications* 6th edition, Addison Wesley, USA, 2011.
- [2] Oliveira Santos Jose Plinio de, *Introdução a Teoria dos Números*, IMPA Rio de Janeiro 2000.
- [3] Enzo R. Gentile, *Aritmética Elemental*, Monografías de la OEA, 1985
- [4] Leo Moser, *An Introduction to the Theory of Numbers*, Ed. The Trillia Lectures on Mathematics, USA, 2007