

## ELM-263: Geometría Proyectiva

### Identificación

Asignatura:	Geometría Proyectiva
Sigla:	ELM-263
Area Curricular:	Geometría y Topología
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Sexto Semestre, Ciclo Intermedio
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	2 por semana en una sesión
Pre-Requisitos Formales:	MAT-123
Carreras destinatarias:	Matemática y Area de Ciencia y Tecnología

### Problema

La geometría proyectiva ha tenido un alcance importante en la investigación matemática actual en otros campos. La proyección y la sección son lo que se denomina una transformación y se buscan invariantes frente a esta transformación. Los matemáticos se preguntaron: ¿Hay otras transformaciones más generales que la proyección y sección, cuyas propiedades invariantes pueden ser estudiadas?. Recientemente se ha desarrollado una nueva geometría, siguiendo esta línea de pensamiento, a saber, la topología.

### Objeto de la Materia

El trabajo de los geómetras proyectivos ha tenido una influencia importante en la física moderna. Prepararon el camino de los investigadores en teoría de la relatividad, que trataban de encontrar leyes del universo que fueran invariantes frente a transformaciones del sistema coordinado de un observador a otro. Fueron los geómetras proyectivos y otros matemáticos quienes inventaron el cálculo tensorial, que resultó ser el medio más conveniente para expresar leyes científicas invariantes. Ninguna rama de la matemática puede competir con la geometría proyectiva en originalidad de ideas, coordinación de intuición en el descubrimiento y rigor en la demostración, pureza de pensamiento, acabamiento lógico, elegancia de demostración y alcance de conceptos. La ciencia nacida del arte resultó ser ella misma un arte.

### Objetivos generales

La geometría pura, edificada en base a los métodos clásicos, va perdiendo interés y va desapareciendo de los planes de estudio de cualquier carrera universitaria. En tal sentido, se consideran los siguientes objetivos:

1. Precisar que la geometría pura, basada sobre las figuras del espacio intuitivo, por lo menos en su origen, se presta difícilmente a su generalización a espacio de más de tres dimensiones.
2. Reconocer que la geometría pura, traducida analíticamente, es la geometría sobre el cuerpo de los números reales y la matemática moderna necesita de otros cuerpos de números, tanto para aclarar sus fundamentos como para servir a las exigencias de las aplicaciones.
3. Caracterizar el espacio proyectivo de  $n$  dimensiones sobre un cuerpo general a través de la geometría proyectiva del plano real, de corte clásico ciento por ciento, pero de mucha

utilidad para disponer en todo momento de interesantes ejemplos elementales y para una mejor comprensión del origen de muchas generalizaciones.

4. Valorar que la geometría proyectiva clásica, con toda su belleza, ha dado todo lo que podía dar de sí y las exigencias del progreso obligan a un cambio de rumbo en los métodos y a una ampliación grande en el contenido.

### Programa Sintético

Introducción. El Espacio Proyectivo. Proyectividades y Correspondencias Staudtianas entre Puntuales Sobre Cuerpos Conmutativos. El Plano Proyectivo Real. Cuádricas.

### Contenido Analítico

1. *Introducción:* 1.1 Consideraciones generales. 1.2 Estructuras algebraicas. 1.3 Leyes de composición. 1.4 Grupos, anillos y cuerpos. 1.5 Cuerpos finitos, espacios vectoriales y aplicaciones lineales y semilineales. 1.6 Problemas de aplicación.
2. *El Espacio Proyectivo:* 2.1 Introducción. 2.2 El espacio proyectivo de  $n$  dimensiones. 2.3 El teorema fundamental de la geometría proyectiva. 2.4 Dualidad, correlaciones y reciprocidades. 2.5 El plano proyectivo. 2.6 Problemas de aplicación.
3. *Proyectividades y Correspondencias Staudtianas entre Puntuales Sobre Cuerpos Conmutativos:* 3.1 Introducción. 3.2 Razón doble. 3.3 Proyectividad entre puntuales. 3.4 El grupo proyectivo sobre la recta. 3.5 Involución 3.6 Cuaternas armónicas. 3.7 Aplicaciones staudtianas. 3.8 Problemas de aplicación.
4. *El Plano Proyectivo Real:* 4.1 Introducción. 4.2 Colineaciones entre planos superpuestos. 4.3 Colineaciones especiales. 4.4 Cónicas en el plano real. 4.5 Polaridad respecto de una cónica. 4.6 Proyectividades entre cónicas. 4.7 Involución sobre una cónica. 4.8 Interpretación proyectiva de la geometría no euclidiana hipérbola. 4.9 Problemas de aplicación.
5. *Cuádricas:* 5.1 Introducción. 5.2 Cuádricas en cuerpos conmutativos. 5.3 Clasificación proyectiva y afin de las cuádricas. 5.4 Número de puntos de las cuádricas 5.5 Problemas diofánticos. 5.6 Cónicas en planos proyectivos finitos. 5.7 Geometrías finitas. 5.8 Problemas de aplicación.

### Modalidad de Evaluación

Modalidad de la evaluación: Cualitativa y Cuantitativa

Examen	Temas	Ponderación
4 Parciales	De un Tema	c/u 10 %
Examen Final	Todos los Capítulos	20 %
Trabajo Final	Todos	20 %
Prácticas	Todos	20 %
Recuperatorio	Algún examen parcial	El mismo
		100 %

Se puede recuperar cualquier examen parcial, pero no el examen final. La nota del examen de recuperación reemplaza al puntaje anterior.

**Métodos y Medios**

*Estrategias de Aprendizaje Problemático:* Dialogada, Heurística, Programada, demostrativa, Algorítmica, Investigativa.

*Medios:* Material impreso, Modelos, Carteles, Acetato, Guía de trabajo, Glosario de términos.

**Bibliografía**

- [1] Santaló Luis A., (1966), *Geometría Proyectiva*, Ed. EUDEBA, Bs. Aires, Argentina.
- [2] Eves Howard, (1964), *Estudio de las Geometrías I y II*, Ed. UTEMA, México.
- [3] Ayres Frank, (1971), *Geometría Proyectiva*, Ed. Mc Graw-Hill, Colombia.
- [4] Kline Morris, (1998), *Matemática para los Estudiantes de Humanidades*, Ed. FCE, México.