

ELM-251: Introducción a la Teoría de Números

Identificación

Asignatura:	Introducción a la Teoría de Números
Sigla:	ELM-251
Area Curricular:	Análisis
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Quinto a Sexto Semestre, Ciclo Intermedio
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	2 por semana en una sesión
Pre-Requisitos Formales:	MAT-142
Carreras destinatarias:	Matemática y Area de Ciencia y Tecnología

Problema (Por qué)

La teoría de números ha ocupado siempre una posición peculiar respecto de las distintas ramas de la matemática por su reputación del ser difícil y por estar revestida de un aura de cierto misterio. Es sin embargo, única en cuanto a campo de experimentación de la imaginación. Como y lo señalaron Hilbert y Hardy, la teoría de números es fundamental para el entrenamiento matemático inicial. Desde el comienzo es aparente su esquema coherente, riguroso y de extrema profundidad. La teoría de números no es propia de ningún nivel educativo en especial y aún en la escuela primaria su potencialidad no ha sido realmente evaluada y aprovechada.

La aritmética es una ciencia cotidiana, capaz de atraer a cualquier personal que posea sólo un poco de curiosidad. Observemos como las revistas de entretenimientos numéricos llaman la atención de mucha gente y a veces con poca instrucción. Porque no explorar ese germen de curiosidad que posee la gente joven y los niños en especial.

Hay que evitar llenar la cabeza de los alumnos con fórmulas y teoremas sin darles la oportunidad de pensar libremente, invitándolos a imaginar. La verdadera fuerza de la matemática es la creación: luego, si se quiere se puede hablar de rigor, formalismo, didáctica o lo que sea. La aritmética no termina allí, se puede profundizar ad infinitum. La ciencia de la computación es un aliado valiosísimo para experimentar con problemas y conjeturas. La evolución de la computación a hecho que la aritmética deje de ser una ciencia contemplativa y de especialistas para transformarse en una verdadera rama aplicada. La necesidad de nuevos algoritmos de computación requiere vastos y profundos conocimientos aritméticos.

Objeto de la Materia

El objeto de la asignatura es la teoría de números con los números enteros.

Objetivos generales

Presentar en un nivel de introducción temas seleccionados de una de las más interesantes y estimulantes áreas de la matemática. Ofrecer al alumno una mejor oportunidad para mostrar su ingeniosidad en el desarrollo y uso de una gran variedad de métodos de demostración. Proporcionar los conocimientos básicos de la teoría elemental de números y crear una mentalidad de trabajo independiente.

Objetivos Específicos

Introducir los conceptos básicos de la teoría elemental de números tales como la divisibilidad, el Máximo común divisor y los números primos y compuestos. Presentar la teoría y métodos de resolución de las congruencias, lineales teoremas de Euler, Fermat y Wilson, y el teorema chino del reso. Analizar las congruencias cuadráticas y su resolución, la ley de reciprocidad cuadrática y los símbolos de Jacobi y Legendre. Establecer los criterios para la resolución, de ecuaciones diofantinas. Desarrollarlos números racionales e irracionales en fracciones continuas simples.

Desarrollar rigurosamente los elementos fundamentales de la divisibilidad en los enteros. Desarrollar técnicas para resolver ecuaciones en congruencias y estudiar las funciones teóricas de números. Estudiar los números perfectos y de Fibonacci.

Programa Sintético

Teoría de la Divisibilidad en los Enteros. Teoría de Congruencias. Teorema de Fermat. Funciones Teóricas de Números. Generalización de Euler para el Teorema de Fermat. Raíces Primitivas e Indices. Ley de la Reciprocidad Cuadrática. Números Perfectos y de Fibonacci.

Contenidos analíticos

1. *Teoría de la Divisibilidad en los Enteros:* 1.1 El Algoritmo de la división 1.2 MCD y el Algoritmo de Euclides 1.3 Ecuaciones Diofantinas 1.4 Números Primos y Teorema Fundamental de la Aritmética
2. *Teoría de Congruencias:* 2.1 Aritmética de Congruencias 2.2 Test de Divisibilidad 2.3 Congruencias Lineales
3. *Teorema de Fermat:* 3.1 Método de factorización de Fermat 3.2 Pequeño Teorema de Fermat 3.3 Teorema de Wilson
4. *Funciones Teóricas de Números:* 4.1 Las funciones τ y σ 4.2 la Fórmula de inversión de Möebius 4.3 La función Máximo Entero
5. *Generalización de Euler para el Teorema de Fermat:* 5.1 La función ϕ de Euler 5.2 Teorema de Euler 5.3 Propiedades de la Función ϕ
6. *Raíces Primitivas e Indices:* 6.1 El orden de un entero módulo n 6.2 Raíces primitivas de primos 6.3 Composición 6.4 Teoría de Indices
7. *Ley de la Reciprocidad Cuadrática:* 7.1 Criterio de Euler 7.2 El símbolo de Legendre 7.3 Reciprocidad Cuadrática 7.4 Congruencias Cuadráticas
8. *Números Perfectos y de Fibonacci:* 8.1 Números Perfectos 8.2 Números de Mersenne 8.3 Números de Fermat 8.4 Secuencia de Fibonacci 8.5 Propiedades

Modalidad de Evaluación

La evaluación es *formativa periódica y sumativa*, los exámenes parciales o finales pueden ser escritos u orales.

Examen	Temas	Ponderación
Primer Parcial	Capítulo(s) 1	20 %
Segundo Parcial	Capítulo(s) 2 y 3	20 %
Tercer Parcial	Capítulo(s) 4 y 5	20 %
Examen Final	Todos los Capítulos	25 %
Prácticas	Todos	15 %
Recuperatorio	Algún examen parcial	El mismo
		100 %

Se puede recuperar cualquier examen parcial, pero no el examen final. La nota del examen de recuperación reemplaza al puntaje anterior.

Métodos y Medios

Los métodos de aplicación del proceso curricular de la materia están contenidas en el proceso de enseñanza y aprendizaje centrada en el alumno para lograr un aprendizaje *significativo* con razonamientos *inductivos* y *deductivos* y un aprendizaje por *descubrimiento programado, orientado, puro libre y al azar* que permita al estudiante desarrollar su potencialidad *creativa*, y entre los medios tenemos a docentes calificados con post grados en Matemática y en Educación, una biblioteca especializada con textos de todas las materias, servicio de internet, equipos educativos en la vía de una educación personalizada.

En la literatura pedagógica aparecen una serie de métodos activos de la enseñanza y aprendizaje que en general permiten conducir el proceso de enseñanza y aprendizaje de forma tal que los alumnos tengan la posibilidad de valorar problemas, e ir a la búsqueda de la solución, intercambiar ideas, opiniones, experiencias y argumentar decisiones, lo que también contribuirá el desarrollo de su expresión oral y escrita.

Estos métodos aplicados de forma consecuente a la formación por etapas de las acciones mentales, permiten el logro de mejores resultados en las acciones que se desean formar en los alumnos.

Por otra parte el profesor tiene la posibilidad de modelar tareas y simular situaciones que vinculen el objeto de estudio del tema con la futura actividad profesional del alumno, independientemente de la asignatura que se trate y de la etapa de proceso de asimilación por la cual esté transitando, lo que si requiere una gran creatividad y adecuada elaboración.

Entre los métodos activos más conocidos se encuentran: Método de situaciones. Método de discusión. Método de simulación. Método problémico. Método de grupos para la solución creativa de problemas. Método de elaboración conjunta.

Bibliografía

- [1] David Burton, *Elementary Number Theory*
- [2] W. LeVeque, *Elementary Theory of Numbers*
- [3] Vinogradov, *Teoría de los Números*
- [4] Sukerman, *Teoría de Números*